

کوشش 4 بنای سفی ۱۵۳۵۲۱۳۹۳

الف) روش ساده (ضرب مستقیم):  
در این صورت به  $n \times m$  ضرب نیاز داریم و پیچیدگی زمانی  $O(n.m)$  خواهد بود.

ب)

$$p(x) = p_1(x) + x^4 p_2(x) \quad \begin{cases} p_1(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \\ p_2(x) = a_4 + a_5 x + a_6 x^2 + a_7 x^3 \end{cases}$$

$$Q(x) = Q_1(x) + x^4 Q_2(x) \quad \begin{cases} Q_1(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \\ Q_2(x) = b_4 + b_5 x + b_6 x^2 + b_7 x^3 \end{cases}$$

$$P(x)Q(x) = (p_1 + x^4 p_2)(Q_1 + x^4 Q_2) = p_1 Q_1 + x^4 (p_1 Q_2 + p_2 Q_1) + x^8 (p_2 Q_2)$$

$$p_1 Q_2 + p_2 Q_1 = (p_1 + p_2)(Q_1 + Q_2) - p_1 Q_1 - p_2 Q_2$$

$$\rightarrow p_1 Q_2 + p_2 Q_1 = C - A - B$$

$$\begin{cases} A = p_1 Q_1 \rightarrow \text{ضرب } 1 \times 4 \\ B = p_2 Q_2 \rightarrow \text{ضرب } 1 \times 4 \\ C = (p_1 + p_2)(Q_1 + Q_2) \end{cases}$$

ک ۱۴ ضرب

پس مجموع  $4 \times 3 = 12$  ضرب می شود در حالیکه در روش ساده ضرب  $9 \times 8 = 72$  ضرب می شود.  
پس مقدار ضرب ها از ۷۲ به ۱۲ کاهش می یابد.

ج) در الگوریتم استراسن (Strassen)، دو ضرب  $2 \times 2$  به جای ۸ ضرب، از ۷ ضرب استفاده می شود.  
استفاده از  $M_1 = (A_{11} + A_{22})(B_{11} + B_{22})$  و  $M_7 = (A_{21} + A_{22})B_{11}$

ایده اصلی این روش، کاهش مقدار ضرب ها با استفاده از جمع و تفریق، چون جمع و تفریق کم هزینه تر از ضرب است. در اینجا هم،  $p_2 Q_1 + p_1 Q_2$  (دو ضرب) را با یک ضرب (C) و دو ضرب موجود  $(A, B)$  محاسبه می کنیم که نهایتاً روش استراسن است.